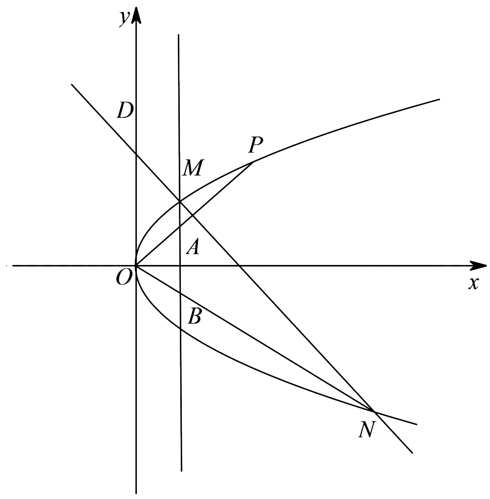
解析几何-期中必做题

1 已知椭圆$C: mx^2+3my^2=1\,(m>0)$的长轴长为$2\sqrt{6}$，O为坐标原点．

（1）求椭圆C的方程和离心率；

（2）设点$A\,(3,0)$，动点B在y轴上，动点P在椭圆C上，且P在y轴的右侧，若$|BA|=|BP|$，求四边形$OPAB$面积的最小值．

2 已知抛物线$C: y^2=2px$过点$P(1,1)$．过点$\left(0,\dfrac{1}{2}\right)$作直线$l$与抛物线$C$交于不同的两点$M$，$N$，过点$M$作$x$轴的垂线分别与直线$OP$，$ON$交于点$A$，$B$，其中$O$为原点．



（1）求抛物线C的方程，并求其焦点坐标和准线方程．

（2）求证：A为线段BM的中点．

3 已知椭圆$M: \dfrac{x^2}{a^2}+\dfrac{y^2}{b^2}=1(a>b>0)$过点$(0,-1)$，且离心率$e=\dfrac{\sqrt{6}}{3}$．

（1）求椭圆M的方程；

（2）是否存在菱形$ABCD$，同时满足下列三个条件：

①点A在直线$y=2$上；

②点B，C，D在椭圆M上；

③直线BD的斜率等于1.

如果存在，求出A点坐标；如果不存在，说明理由.

4 已知椭圆$C:\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1\ (a>b>0)$，三点$P_1\left(1,\frac{3}{2}\right)$，$P_2\left(\frac{1}{2},-\frac{\sqrt{3}}{2}\right)$，$P_3\left(-1,-\frac{3}{2}\right)$中恰有二点在椭圆$C$上，且离心率为$e=\frac{1}{2}$．

（1）求椭圆C的方程．

（2）设P为椭圆C上任一点，A_1,A_2为椭圆C的左右顶点，M为PA_2中点，求证：直线PA_2与直线OM它们的斜率之积为定值．

（3）若椭圆C的右焦点为F，过$B(4,0)$的直线l与椭圆C交于D,E，

求证：直线FD与直线FE关于直线$x=1$对称．

5 在平面直角坐标系中xOy中，动点E到定点$(1,0)$的距离与它到直线$x=-1$的距离相等．

（1）求动点E的轨迹C的方程．

（2）设动直线$l:y=kx+b$与曲线C相切于点P，与直线$x=-1$相交于点Q．

证明：以PQ为直径的圆恒过x轴上某定点．

6 已知椭圆C：$\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1(a>b>0)$过点$(0,-1)$，离心率$e=\frac{\sqrt{2}}{2}$．

（1）求椭圆C的方程．

（2）过点$F(1,0)$作斜率为$k\ (k\neq 0)$的直线l，l与椭圆C交于M，N两点，若线段MN的垂直平分线交x轴于点P，求证：$\frac{|MN|}{|PF|}$为定值．

7 已知椭圆C：$\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1$（$a>b>0$）的离心率为$\frac{\sqrt{3}}{2}$，且点$T(2,1)$在椭圆上．设与$OT$平行的直线$l$与椭圆$C$相交于$P$，$Q$两点，直线$TP$，$TQ$分别与$x$轴正半轴交于$M$，$N$两点．

（1）求椭圆C的标准方程．

（2）判断$|OM|+|ON|$的值是否为定值，并证明你的结论．

8 已知椭圆$C:\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1(a>b>0)$的离心率为$\frac{\sqrt{3}}{2}$，且过点$A(2,0)$．

（1）求椭圆C的方程．

（2）设M,N是椭圆C上不同于点A的两点，且直线AM,AN的斜率之积等于$-\frac{1}{4}$．试问直线MN是否过定点？若是，求出该点的坐标．若不是，请说明理由．

9 已知圆$O:x^2+y^2=4$和椭圆$C:x^2+2y^2=4$，F是椭圆C的左焦点．

（1）求椭圆C的离心率和点F的坐标．

（2）点P在椭圆C上，过P作x轴的垂线，交圆O于点Q（P,Q不重合），l是过点Q的圆O的切线．圆F的圆心为点F，半径长为$|PF|$．试判断直线l与圆F的位置关系，并证明你的结论．

10 已知椭圆$C:\dfrac{x^2}{a^2}+\dfrac{y^2}{b^2}=1(a>b>0)$的离心率为$\dfrac{\sqrt{2}}{2}$，且过点$\left(1,\dfrac{\sqrt{2}}{2}\right)$．

（1）求椭圆C的方程．

（2）过椭圆C的左焦点的直线l_1与椭圆C交于A,B两点，直线l_2过坐标原点且与直线l_1的斜率互为相反数．若直线l_2与椭圆交于E,F两点且均不与点A,B重合，设直线AE与x轴所成的锐角为θ_1，直线BF与x轴所成的锐角为θ_2，判断θ_1与θ_2的大小关系并加以证明．

11 已知圆M：$(x-\sqrt{2})^2+y^2=r^2$（$r>0$）．若椭圆C：$\dfrac{x^2}{a^2}+\dfrac{y^2}{b^2}=1$（$a>b>0$）的右顶点为圆$M$的圆心，离心率为$\dfrac{\sqrt{2}}{2}$．

（1）求椭圆C的方程．

（2）若存在直线l：$y=kx$，使得直线l与椭圆C分别交于A,B两点，与圆M分别交于G,H两点，点G在线段AB上，且$|AG|=|BH|$，求圆M半径r的取值范围．

12 已知椭圆C：$\dfrac{x^2}{a^2}+\dfrac{y^2}{b^2}=1(a>b>0)$的离心率为$\dfrac{\sqrt{2}}{2}$，且过点$A(\sqrt{2},\ 1)$．直线$y=\dfrac{\sqrt{2}}{2}x+m$交椭圆$C$于$B,D$（不与点$A$重合）两点．

（1）求椭圆C的方程；

（2）$\triangle ABD$的面积是否存在最大值？若存在，求出这个最大值；若不存在，请说明理由．

13 已知椭圆$C:\dfrac{x^2}{a^2}+\dfrac{y^2}{b^2}=1(a>b>0)$的离心率为$\dfrac{\sqrt{3}}{2}$，椭圆$C$ 与y轴交于A,B 两点，且$|AB|=2$．

（1）求椭圆C的方程．

（2）设点P是椭圆C上的一个动点，且点P在 y轴的右侧．直线PA,PB与直线$x=4$分别交于M,N 两点．若以MN为直径的圆与x轴交于两点E,F ，求点P横坐标的取值范围及$|EF|$的

最大值．

14 已知椭圆C的中心在原点O,焦点在x轴上，离心率为$\frac{1}{2}$，右焦点到到右顶点的距离为1．

（1）求椭圆C的标准方程．

（2）是否存在与椭圆C交于A,B两点的直线l：$y=kx+m(k\in\mathbf{R})$，使得$\left|\overrightarrow{OA}+2\overrightarrow{OB}\right|=\left|\overrightarrow{OA}-2\overrightarrow{OB}\right|$成立？若存在，求出实数$m$的取值范围，若不存在，请说明理由．

15 已知抛物线$C:y^2=2px(p>0)$，其焦点为F,O为坐标原点，直线AB（不垂直于x轴）,过点F且抛物线C交于A,B两点，直线OA与OB的斜率之积为$-p$．

（1）求抛物线C的方程．

（2）若M为线段AB的中点，射线OM交抛物线C于点D，求证：$\frac{|OD|}{|OM|}>2$．

16 已知椭圆C：$\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1(a>b>0)$的离心率为$\frac{\sqrt{2}}{2}$，右焦点为$F$，点$B(0,1)$在椭圆$C$上．

（1）求椭圆C的方程．

（2）过点F的直线交椭圆C于M，N两点，交直线$x=2$于点P，设$\overrightarrow{PM}=\lambda\overrightarrow{MF}$，$\overrightarrow{PN}=\mu\overrightarrow{NF}$，求证：$\lambda+\mu$为定值．

17 已知椭圆$E:\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1(a>b>0)$的离心率为$\frac{\sqrt{3}}{2}$，四边形$ABCD$的各顶点均在椭圆$E$上，且对角线$AC$，$BD$均过坐标原点$O$，点$D(2,1)$，$AC$、$BD$的斜率之积为$-\frac{1}{4}$．

（1）求椭圆E的方程．

（2）过D作直线l平行于AC．若直线l'平行于BD，且与椭圆E交于不同的两点M，N，与直线l交于点P．

①证明：直线l与椭圆E有且只有一个公共点．

②证明：存在常数λ，使得$|PD|^2=\lambda|PM|\cdot|PN|$，并求出$\lambda$的值．

18

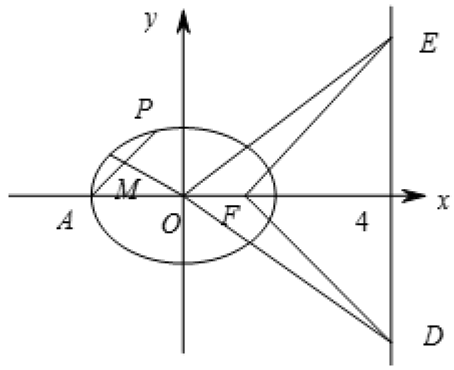
已知椭圆E:$\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1(a>b>0)$的离心率为$\frac{\sqrt{3}}{2}$，过左焦点$F(-\sqrt{3},0)$且斜率为$k$的直线交椭圆$E$于$A$，$B$两点，线段$AB$的中点为$M$，直线$l$：$x+4ky=0$交椭圆$E$于$C$，$D$两点．

（1）求椭圆E的方程．

（2）求证：点M在直线l上．

（3）是否存在实数k，使得三角形BDM的面积是三角形ACM的3倍？若存在，求出k的值；若不存在，说明理由．

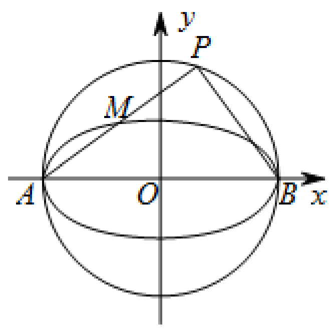
19 如图，已知椭圆C：$\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1\,(a>b>0)$的离心率为$\frac{1}{2}$，$F$为椭圆$C$的右焦点．$A\,(-a,0)$，$|AF|=3$．



（1）求椭圆C的方程．

（2）设O为原点，P为椭圆上一点，AP的中点为M．直线OM与直线$x=4$交于点D，过O且平行于AP的直线与直线$x=4$交于点E．求证：$\angle ODF=\angle OEF$．

20 已知椭圆C的中心在原点，焦点在x轴上，离心率$e=\frac{\sqrt{3}}{2}$．且经过点$(0,1)$，C与x轴交于A，B两点，以AB为直径的圆记为C_1，P是C_1上的异于A，B的点．



（1）求椭圆C的方程．

（2）若PA与椭圆C交于点M，且满足$|PB|=2\,|OM|$，求点P的坐标．

21 已知椭圆$C:\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1(a>b>0)$经过点$(1,\frac{\sqrt{3}}{2})$，离心率为$\frac{\sqrt{3}}{2}$．

（1）求椭圆C的方程；

（2）直线$y=k(x-1)\ (k\neq 0)$与椭圆C交于A,B两点，点M是椭圆C的右顶点．直线AM与直线BM分别与y轴交于点P,Q，试问以线段PQ为直径的圆是否过x轴上的定点？若是，求出定点坐标；若不是，说明理由．

22 已知椭圆$G:\frac{x^2}{4}+y^2=1$，过点$(m,0)$作圆$x^2+y^2=1$的切线l交椭圆G于A，B两点．

（1）求椭圆G的焦点坐标和离心率；

（2）将$|AB|$表示为m的函数，并求$|AB|$的最大值．

23 已知A,B是椭圆$C:2x^2+3y^2=9$上两点，点M的坐标为$(1,0)$．

（1）当A,B两点关于x轴对称，且$\triangle MAB$为等边三角形时，求AB的长；

（2）当A,B两点不关于x轴对称时，证明：$\triangle MAB$不可能为等边三角形．

24 已知椭圆$W:\frac{x^2}{2}+y^2=1$，直线l与W相交于M,N两点，l与x轴、y轴分别相交于C、D两点，O为坐标原点．

（1）若直线l的方程为$x+2y-1=0$，求$\triangle OCD$外接圆的方程；

（2）判断是否存在直线l，使得C,D是线段MN的两个三等分点，若存在，求出直线l的方程；若不存在，说明理由．

25 已知椭圆$C:3x^2+4y^2=12$．

（1）求椭圆C的离心率；

（2）设椭圆C上在第二象限的点P的横坐标为-1，过点P的直线l_1,l_2与椭圆C的另一交点分别为A,B．且l_1,l_2的斜率互为相反数，A,B两点关于坐标原点O的对称点分别为M,N，求四边形$ABMN$的面积的最大值．

26

已知椭圆C的中心在原点O，焦点在x轴上，离心率为$\frac{\sqrt{3}}{2}$，且椭圆C上的点到两个焦点的距离之和4．

（1）求椭圆C的方程．

（2）设A为椭圆C的左顶点，过点A的直线l与椭圆交于点M，与y轴交于点N，过原点与l平行的直线与椭圆交于点P．证明：$|AM|\cdot|AN|=2|OP|^2$．

27 已知椭圆$C:\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1(a>b>0)$的右焦点为$F(1,0)$，且点$\left(-1,\frac{\sqrt{2}}{2}\right)$在椭圆$C$上．

（1）求椭圆C的标准方程；

（2）已知动直线l过点F，且与椭圆C交于A,B两点．试问x轴上是否存在定点Q，使得$\overrightarrow{QA}\cdot\overrightarrow{QB}=-\frac{7}{16}$恒成立？若存在，求出点$Q$的坐标；如果不存在，请说明理由．

28 已知椭圆E的右焦点与抛物线$y^2=4x$的焦点重合，点$M\left(1,\frac{3}{2}\right)$在椭圆$E$上．

（1）求椭圆E的方程．

（2）设$P(-4,0)$，直线$y=kx+1$与椭圆E交于A，B两点，若直线PA，PB均与圆$x^2+y^2=r^2$（$r>0$）相切，求k的值．

29 已知椭圆C：$x^2+4y^2=4$．

（1）求椭圆C的离心率．

（2）椭圆C的长轴的两个端点分别为A，B，点P在直线$x=1$上运动，直线PA，PB分别与椭圆C相交于M，N两个不同的点，求证：直线MN与x轴的交点为定点．

30 已知椭圆$E:\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1(a>b>0)$过点$(0,1)$，且离心率为$\frac{\sqrt{3}}{2}$．

（1）求椭圆E的方程．

（2）设直线$l:y=\frac{1}{2}x+m$与椭圆E交于A、C两点，以AC为对角线作正方形$ABCD$，记直线l与x轴的交点为N，问B、N两点间距离是否为定值？如果是，求出定值：如果不是，请说明理由．